المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتكوين المهني والتعليم العالي والبحث العلمي

المركز الوطني للتقويم والامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا

الدورة العادية 2020

– الموضـــــوع–

NS22 | *sssssssssssssssssss*

المادة	الرياضيات	مدة الإنجاز	3
الشعبة أو المسلك	شعبة العلوم التجريبية مسلك العلوم الفيزيائية ومسلك علوم الحياة والأرض ومسلك العلوم الزراعية	المعامل	7

تعليمات عامة

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة؛
- يمكن للمترشح إنجاز تمارين الامتحان حسب الترتيب الذي يناسبه؛
- ينبغي تفادي استعمال اللون الأحمر عند تحرير الأجوبة.

مكونات الموضوع

يتكون الموضوع من ثلاثة تمارين ومسألة، مستقلة فيما بينها، وتتوزع حسب المجالات كما يلي:

التمرين الأول	المتتاليات العددية	4 نقط
التمرين الثاني	الأعداد العقدية	5 نقط
التمرين الثالث	النهايات والاشتقاق وحساب التكامل	4 نقط
المسألة	دراسة دالة عددية	7 نقط

- نرمز ب $\bar{z}$ لمرافق العدد العقدي z.
- ln يرمز لدالة اللوغاريتم النيبري.

	التمرين الأول (4 نقط):
	لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_0 = \frac{3}{2}$ و $u_{n+1} = \frac{2u_n}{2u_n+5}$ لكل n من $\mathbb{N}$
0,25	1) أحسب u_1
0,5	2) بين بالترجع أن لكل n من $\mathbb{N}$، $u_n > 0$
1	3) أ) بين أن $0 < u_{n+1} \leq \frac{2}{5}u_n$ لكل n من $\mathbb{N}$، ثم استنتج أن $0 < u_n \leq \frac{3}{2}\left(\frac{2}{5}\right)^n$ لكل n من $\mathbb{N}$
0,5	ب) أحسب النهاية $\lim u_n$
	4) نعتبر (v_n) المتتالية العددية المعرفة ب $v_n = \frac{4u_n}{2u_n+3}$ لكل n من $\mathbb{N}$
0,75	أ) بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{2}{5}$
1	ب) حدد v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n لكل n من $\mathbb{N}$

	التمرين الثاني (5 نقط):
	1) نعتبر في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة: $(E): z^2 - 2(\sqrt{2}+\sqrt{6})z + 16 = 0$
0,5	أ) تحقق من أن مميز المعادلة (E) هو $\Delta = -4(\sqrt{6}-\sqrt{2})^2$
1	ب) استنتج حلي المعادلة (E)
	2) نعتبر الأعداد العقدية: $a = (\sqrt{6}+\sqrt{2}) + i(\sqrt{6}-\sqrt{2})$ و $b = 1 + i\sqrt{3}$ و $c = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$
0,75	أ) تحقق من أن $b\bar{c} = a$ واستنتج أن $ac = 4b$
0,5	ب) أكتب العددين العقديين b و c على الشكل المثلثي
0,5	ج) استنتج أن $a = 4\left(\cos\frac{\pi}{12} + i\sin\frac{\pi}{12}\right)$
	3) في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O;\vec{u};\vec{v})$، نعتبر النقط B و C و D التي ألحاقها على التوالي هي b و c و d، حيث $d = a^4$
	ليكن z لحق النقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة النقطة M بالدوران R الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{12}$
0,5	3) أ) تحقق أن $z' = \frac{1}{4}az$
0,25	3) ب) حدد صورة النقطة C بالدوران R
0,25	3) ج) حدد طبيعة المثلث OBC
0,75	3) د) بين أن $a^4 = 128b$ و استنتج أن النقط O و B و D مستقيمية

التمرين الثالث (4 نقط):	
نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0;+\infty[$ بما يلي: $g(x)=2\sqrt{x}-2-\ln x$	
1) أ) بين أن لكل x من المجال $]0;+\infty[$، $g'(x)=\frac{\sqrt{x}-1}{x}$	0,5
ب) بين أن الدالة g تزايدية على المجال $]1;+\infty[$	0,5
ج) استنتج أن لكل x من المجال $]1;+\infty[$، $0\leq \ln x\leq 2\sqrt{x}$ (لاحظ أن $2\sqrt{x}-2\leq 2\sqrt{x}$)	0,5
د) بين أن لكل x من المجال $]1;+\infty[$، $0\leq \frac{(\ln x)^3}{x^2}\leq \frac{8}{\sqrt{x}}$ ثم استنتج النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{(\ln x)^3}{x^2}$	1
2) أ) بين أن الدالة G المعرفة بما يلي: $G(x)=x\left(-1+\frac{4}{3}\sqrt{x}+\ln x\right)$ هي دالة أصلية للدالة g على $]0;+\infty[$	0,75
ب) أحسب التكامل $\int_1^4 g(x)dx$	0,75
المسألة (7 نقط):	
نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي: $f(x)=-x+\frac{5}{2}-\frac{1}{2}e^{x-2}(e^{x-2}-4)$	
و (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$ (الوحدة : $2cm$)	
1) بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=-\infty$	0,5
2) أ) برهن أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=-x+\frac{5}{2}$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $-\infty$	0,5
2) ب) حل المعادلة $e^{x-2}-4=0$ ثم بين أن المنحنى (C) يوجد فوق (Δ) على المجال $]-\infty;2+\ln 4]$ وتحت (Δ) على المجال $[2+\ln 4;+\infty[$	0,75
3) بين أن: $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{f(x)}{x}=-\infty$ ثم أول النتيجة هندسيا	0,5
4) أ) بين أن لكل x من $\mathbb{R}$: $f'(x)=-(e^{x-2}-1)^2$	0,5
4) ب) ضع جدول تغيرات الدالة f	0,25
5) أحسب $f''(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$ ثم بين أن $A(2;2)$ نقطة انعطاف للمنحنى (C)	0,75
6) أثبت أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α بحيث $2+\ln 3<\alpha<2+\ln 4$	0,5
7) أنشئ (Δ) و (C) في نفس المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ (نأخذ القيمتين المقربتين التاليتين : $\ln 2\approx 0,7$ و $\ln 3\approx 1,1$)	1
8) أ) بين أن الدالة f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على $\mathbb{R}$	0,5
8) ب) أنشئ في نفس المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$ المنحنى الممثل للدالة f^{-1} (لاحظ أن المستقيم (Δ) عمودي على المنصف الأول للمعلم)	0,75
8) ج) أحسب $(f^{-1})'(2-\ln 3)$ $(f^{-1}(2-\ln 3)=2+\ln 3)$	0,5